

ТИПОВИ ЗАДАЧИ ПО КМИУ

(за оценка “*среден*“)

1. Да се намери границата на функцията (*изнасяне на най-високата степен на x*):

$$1.1 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{15x^4 - 3x^2 + 5x - 5}{x^2 + 3x^4 - 2x + 1}$$

$$1.2 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - 2x^2 + 6x - 7}{3x^4 + 5x^3 - x^2 + 2x + 1}$$

$$1.3 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^5 - 2x^3 + 3x^2 - 5x + 1}{x^4 + 2x^3 - 5x^2 + 2x + 1}$$

2. Да се намери границата на функцията (*чрез теоремите на Лопитал*):

$$2.1 \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 12x + 9}{x^2 - 9}$$

$$2.2 \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 5x^2 + 12}{x^2 - 4}$$

$$2.3 \quad \lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^3 + 6x^2 + 6x + 5}{x^2 + 5x}$$

$$2.4 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 2x}{e^x}$$

$$2.5 \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + \ln x}{x^3}$$

3. Намерете първата производна на функцията (*таблични производни*):

$$3.1 \quad y(x) = 3x^8 + 2e^x - 12 \ln x - x + 5$$

$$3.2 \quad y(x) = 2x^5 + 3x^4 + x\sqrt{x} - 5e^x - 1$$

$$3.3 \quad y(x) = 3x^6 - 6e^x + 5$$

$$3.4 \quad y(x) = -5x^8 + 2x^{-2} + 3x + 2e^x - 15$$

$$3.5 \quad y(x) = 5x^5 + 2x^2 - x + \frac{3}{x^3} - 2$$

4. Намерете първата производна на функцията (*производна на произведение, частно и на сложна функция*):

$$4.1 \quad y(x) = (3x^4 - 2x^2 - 3x + 3).e^{2x}$$

$$4.2 \quad y(x) = (5x^3 - 3x^2 - x + 5).e^{x^2}$$

$$4.3 \quad y(x) = (3x^5 - 4x^3 - x^2 + 1).\ln(2x)$$

$$4.4 \quad y(x) = \left(3x^2 - 4x - \sqrt{x+5}\right).e^{3x^2}$$

$$4.5 \quad y(x) = \frac{e^{x^3}}{x^2 - 3x + 1}$$

5. Изследвайте за монотонност функцията (*определение знака на първата производна*):

$$5.1 \quad y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$$

$$5.2 \quad y = x \ln x$$

$$5.3 \quad y = \frac{x^2}{x-1}$$

$$5.4 \quad y = \frac{x^2 + 1}{x}$$

$$5.5 \quad y = \frac{x^2}{e^x}$$

$$5.6 \quad y = \frac{\ln x}{x}$$

$$5.7 \quad y = 2x^2 - \ln x$$

6. Пресметнете (*непосредствено интегриране, чрез полагане и по части*):

$$6.1 \quad \int (5x^4 - 4x^3 + x - 3e^{2x} - 1) dx$$

$$6.2 \quad \int \left(x^3 + 3\sqrt{x} - \frac{1}{x}\right) dx$$

$$6.3 \quad \int \left(x^2 - 3x\sqrt{x} - \frac{2}{x^2}\right) dx$$

$$\mathbf{6.4} \quad \int \frac{4x^5 + 3x^2 + 2x - 1}{x^2} dx$$

$$\mathbf{6.5} \quad \int \frac{5x^6 - 3x^4 + 2x^2 - x + 1}{x^2} dx$$

$$\mathbf{6.6} \quad \int \left(3x^2 - 6x + \frac{x}{x^2 + 5} \right) dx$$

$$\mathbf{6.7} \quad \int \left(5x^4 - 2x + 1 + 2\frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}} \right) dx$$

$$\mathbf{6.8} \quad \int x(\sqrt{x-1} - 1) dx$$

$$\mathbf{6.9} \quad \int x\sqrt[3]{x+1} dx$$

$$\mathbf{6.10} \quad \int (x+3).e^x dx$$

$$\mathbf{6.11} \quad 2 \int x.\ln(2x) dx$$

$$\mathbf{6.12} \quad \int (x^3 + 1).\ln(x) dx$$