

ТИПОВИ ЗАДАЧИ ПО ВМ-II

(за оценка “среден“)

1. Да се намери границата на функцията (изнасяне на най-високата степен на x):

$$1.1 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{15x^4 - 3x^2 + 5x - 5}{x^2 + 3x^4 - 2x + 1}$$

$$1.2 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - 2x^2 + 6x - 7}{3x^4 + 5x^3 - x^2 + 2x + 1}$$

$$1.3 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^5 - 2x^3 + 3x^2 - 5x + 1}{x^4 + 2x^3 - 5x^2 + 2x + 1}$$

2. Да се намери границата на функцията (чрез теоремите на Лопитал):

$$2.1 \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 12x + 9}{x^2 - 9}$$

$$2.2 \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 5x^2 + 12}{x^2 - 4}$$

$$2.3 \quad \lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^3 + 6x^2 + 6x + 5}{x^2 + 5x}$$

$$2.4 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 2x}{e^x}$$

$$2.5 \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + \ln x}{x^3}$$

3. Намерете първата производна на функцията (таблични производни):

$$3.1 \quad y(x) = 3x^8 + 2e^x - 12 \ln x - x + 5$$

$$3.2 \quad y(x) = 2x^5 + 3x^4 + x\sqrt{x} - 5e^x - 1$$

$$3.3 \quad y(x) = 3x^6 - 6e^x - 12 \operatorname{arctg} x + 5$$

$$3.4 \quad y(x) = -5x^8 + 2x^{-2} + 3x + 2e^x - 12 \sin x + 5$$

$$3.5 \quad y(x) = 5x^5 + 2x^2 - x + \frac{3}{x^3} - 2 \operatorname{tg} x + 5$$

4. Намерете първата производна на функцията (производна на произведение, частно и на сложна функция):

4.1 $y(x) = (3x^4 - 2x^2 - 3x + 3) \cdot e^{2x}$

4.2 $y(x) = (5x^3 - 3x^2 - x + 5) \cdot e^{x^2}$

4.3 $y(x) = (3x^5 - 4x^3 - x^2 + 1) \cdot \ln(2x)$

4.4 $y(x) = (3x^2 - 4x - \sqrt{x+5}) \cdot e^{x^2}$

4.5 $y(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2} \cdot e^{3x}$

4.6 $y(x) = \frac{2x^2 - 3x + 3}{\sin(5x)}$

4.7 $y(x) = \frac{\cos(2x)}{5x^2 - 3x}$

4.8 $y(x) = \frac{e^{x^3}}{x^2 - 3x + 1}$

5. Изследвайте за монотонност функцията (определяне знака на първата производна):

5.1 $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$

5.2 $y = x \ln x$

5.3 $y = \frac{x^2}{x-1}$

5.4 $y = \frac{x^2 + 1}{x}$

5.5 $y = \frac{x^2}{e^x}$

5.6 $y = \frac{\ln x}{x}$

5.7 $y = 2x^2 - \ln x$

5.8 $y = \frac{e^{2x^2}}{x^2 - 3,5}$

6. Пресметнете (непосредствено интегриране, чрез полагане и по части):

$$6.1 \quad \int (5x^4 - 4x^3 + x - 3e^{2x} - 1) dx$$

$$6.2 \quad \int \left(x^3 + 3\sqrt{x} - \frac{1}{x} \right) dx$$

$$6.3 \quad \int \left(x^2 - 3x\sqrt{x} - \frac{2}{x^2} \right) dx$$

$$6.4 \quad \int \frac{4x^5 + 3x^2 + 2x - 1}{x^2} dx$$

$$6.5 \quad \int \frac{5x^6 - 3x^4 + 2x^2 - x + 1}{x^2} dx$$

$$6.6 \quad \int \left(3x^2 - 6x + \frac{x}{x^2 + 5} \right) dx$$

$$6.7 \quad \int \left(5x^4 - 2x + 1 + 2\frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}} \right) dx$$

$$6.8 \quad \int x(\sqrt{x-1} - 1) dx$$

$$6.9 \quad \int x\sqrt[3]{x+1} dx$$

$$6.10 \quad \int (x+3).e^x dx$$

$$6.11 \quad 2 \int x.\ln(2x) dx$$

$$6.12 \quad \int (x^3 + 1).\ln(x) dx$$